H30　年度　　科目：数学

1 (1) (ア) $-5+9=4$

(イ) $12\times\left(-\frac{3}{8}\right)=-\frac{9}{2}$

(ウ) $-4(3x-5)+(6-2x)=-12x+20+6-2x$

$=-14x+26$

(2) $\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

(3) $x^2+6x-27=(x-3)(x+9)$

(4) $a=\frac{3b+c}{2}$ [b]

$3b+c=2a$

$3b=2a-c$

$b=\frac{2a-c}{3}$

(5) $xy=6\times\frac{1}{2}$ より

$xy=3$　これに $x=-3$ を代入して

$-3y=3$

$y=-1$

(6) $x^2-3x+1=0$

解の公式より

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{9-4}}{2}$　　　$x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

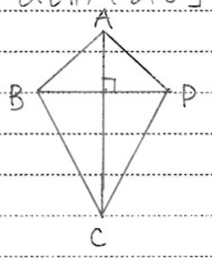
(7) ①の逆は「整数a,bで、abが偶数ならばaもbも偶数である」

aまたはbが偶数のときabは偶数となるので正しくない

②の逆は「△ABCで∠B=∠Cならば AB=AC である」正しい

③の逆は「2つの直線ℓ,mに別の1つの直線が交わるとき、同位角が等しいならば、ℓとmは平行である。」正しい

④の逆は「対角線ACとBCが垂直に交わるならば、四角形ABCDはひし形である」正しくない



正しいものは②,③

(8)　円柱の高さを h (cm) とする.

体積が等しいので,

$$3^2\pi \times h = \frac{4}{3}\pi \times 3^3$$

$$9h = 36$$

$$h = 4$$　　4 cm

(9)　この10ページの見出し語の数の平均を求める.

仮平均を50として

$(0+9-9-5+5-1+1+3-3+0) \div 10 = 0$ より

平均は50語である

$1200 \times 50 = 60000$　　およそ 60000 語

2 (1)

	男子	女子	合計
自転車を利用する生徒数	x	100	$x+100$
自転車を利用しない生徒数	70	y	$70+y$
合計			600

(ア) 自転車を利用する生徒数は　$x+100$ (人)

(イ) $\begin{cases} x+100+70+y=600 \\ 3(x+100)-4(70+y)=50 \end{cases}$

① $x+100+70+y$　② $3(x+100)-4(70+y)$

(ウ) $\begin{cases} x+y=430 & ① \\ 3x-4y=30 & ② \end{cases}$

①×3　$3x+3y=1290$ ①′

②−①′　$-7y=-1260$

$y=180$

$y=180$を①に代入して

$x+180=430$

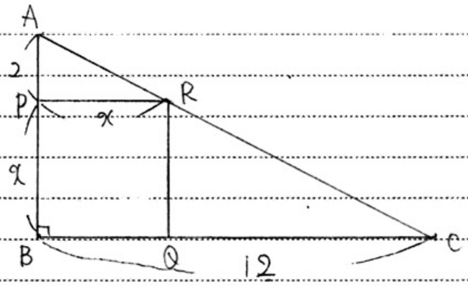
$x=250$

$(x, y)=(250, 180)$

男子の自転車を利用する生徒数 250人

女子の自転車を利用しない生徒数 180人

(2)



(ア) △APR∽△ABCより

AP：AB＝PR：BC　③

(イ) 正方形の1辺の長さをx cmとすると

(ア)より　$2:(2+x)=x:12$

$x(2+x)=24$

$x^2+2x-24=0$

$(x-4)(x+6)=0$

$x=4, -6$

$0<x<12$より　$x=4$は問題にあう

$x=-6$は問題にあわない

正方形PBQRの1辺の長さは4 cm

3 (1)　A　　B

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{4}\boxed{8}$　　$\boxed{3}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{7}$

(ア)

a − b	a − b	a − b	a − b
1 − 3	2 − 3	4 − 3	8 − 3
1 − 5	2 − 5	4 − 5	8 − 5
1 − 6	2 − 6	4 − 6	8 − 6
1 − 7	2 − 7	4 − 7	8 − 7

16通り

(イ) $a+b=7$ となるのは
1−6, 2−5, 4−3 の3通り　　$\frac{3}{16}$

(ウ) $a-b>0$ となるとき　$a>b$ より
4−3, 8−3, 8−5, 8−6, 8−7 の 5通り　　$\frac{5}{16}$

(エ) $\frac{ab}{6}$ が ~~整数となるとき　a×bが6の倍数となる~~
1−6, 2−3, 2−6, 4−3, 4−6, 8−3, 8−6 の7通り　　$\frac{7}{16}$

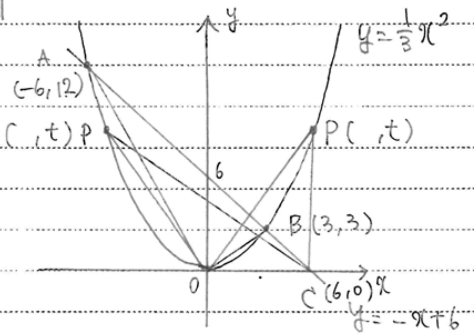
(2) (ア) $7 \to 10 \to 5 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$
①　②　③　④　⑤　⑥　　6回目の操作

(イ) 3のとき　$3 \to 6 \to 3 \to 6 \to \cdots$
6のとき　$6 \to 3 \to 6 \to 3 \to \cdots$
9のとき　$9 \to 12 \to 6 \to 3 \to \cdots$　　よって 3, 6, 9

(ウ) 4のとき　$4 \to 2 \to 1 \to 4 \to 2 \to 1 \to 4 \to 2 \to 1$
①　②　③　④　⑤　⑥　⑦　⑧　　よって 1

(エ) 1が現れるのは 2回目, 5回目, 8回目, …
3の倍数から1をひいたときである．25回目の1は　$3\times25-1$ より 74回目の操作

$\boxed{4}$



(1) $y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=3$ を代入して $y=\frac{1}{3}\times 3^2$

$y=3$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2$ において $-6\leqq x\leqq 3$ のとき、

$x=-6$ で最大値 12 をとり

$x=0$ で最小値 0 をとる

$0\leqq y\leqq 12$

(3) A(−6, 12), B(3, 3) の2点を通る傾きは、

$\frac{3-12}{3+6}=-1$

$y=-x+b$ に (3, 3) を代入して

$3=-3+b$　$b=6$　　$y=-x+6$

(4) $y=-x+6$ に $y=0$ を代入して

$0=-x+6$　$x=6$　　$x=6$

(5) $\triangle OAB=6\times6\times\frac{1}{2}+6\times3\times\frac{1}{2}$

$=18+9$

$=27$　　27

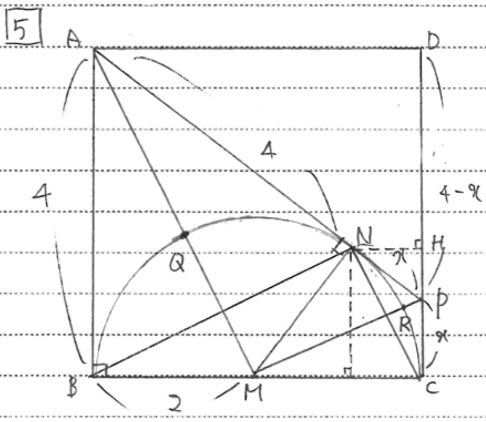
(6) Pのy座標をtとする

$\triangle POC=27$ となればよいので $6\times t\times\frac{1}{2}=27$ より $t=9$

$y=\frac{1}{3}x^2$ に代入して　$9=\frac{1}{3}x^2$ より $x^2=27$

$x=\pm3\sqrt{3}$　　$x=3\sqrt{3},\ -3\sqrt{3}$

5



(1) $\triangle ABM$において三平方の定理より

$AM^2 = 4^2 + 2^2$

$= 20$　　$AM > 0$より　$AM = 2\sqrt{5}$ cm

(2) 証明) $\triangle ABM$と$\triangle ANM$で

$\angle ABM = 90°$

APは半円の接線であるから

$\angle ANM = 90°$

よって $\angle ABM = \angle ANM = 90°$ ①

半円の半径より

$MB = MN$ ②

共通だから

$AM = AM$ ③

①～③より直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので $\triangle ABM \equiv \triangle ANM$

(3) (2)と同様に $\triangle PCM \equiv \triangle PNM$となる

$PC = PN$となるので，　$DP = 4 - x$ (cm)，$AP = 4 + x$ (cm) よって ④

(4) $\triangle APD$において三平方の定理より

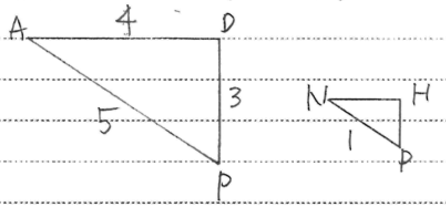
$4^2 + (4-x)^2 = (4+x)^2$

$16x = 16$

$x = 1$　　　　　　$CP = 1$ cm

(5) NからCDに垂線NHをひく

$\triangle APD \backsim \triangle NPH$となり



$AP : NP = DP : HP$より

$5 : 1 = 3 : HP$

$5HP = 3$

$HP = \frac{3}{5}$

よって $HC = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$

これが$\triangle NBC$の高さになるので

$\triangle NBC = 4 \times \frac{8}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{16}{5}$ cm²

(6) 半円とAM, PMとの交点をそれぞれQ，Rとする

$AQ = AM - QM = 2\sqrt{5} - 2$

$\triangle MCP$において $MP = \sqrt{5}$となるので，$PR = \sqrt{5} - 2$

また，$\angle AMB = \angle AMN$，$\angle PMC = \angle PMN$より $\overset{\frown}{BQ} = \overset{\frown}{QN}$，$\overset{\frown}{CR} = \overset{\frown}{NR}$であるから

$\overset{\frown}{QR}$は，半円の弧の$\frac{1}{2}$である。

求める周の長さは $AD + DP + AQ + PR + \overset{\frown}{QR}$となるので

$4 + 3 + (2\sqrt{5} - 2) + (\sqrt{5} - 2) + 2 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= 3 + 3\sqrt{5} + \pi$

$3 + 3\sqrt{5} + \pi$ cm